



Автономная некоммерческая общеобразовательная организация
Интеллект Академия
(АНОО «Интеллект Академия»)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Учебного курса «Олимпиадная математика»
для обучающихся 5-8 классов

г. Новокузнецк, 2025

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Примерная рабочая программа учебного курса «Олимпиадная математика» для 5–8 классов общеобразовательных организаций разработана на основе ФГОС основного общего образования, Концепции духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России, Рабочей концепции одаренности, дидактической системы «Учусь учиться» (Л. Г. Петерсон). Программа разработана в НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики» (Институт СДП) — Федеральной инновационной площадке Министерства просвещения РФ по теме «Механизмы сохранения лидирующих позиций Российской Федерации в области качества математического образования (ИМС «Учусь учиться»)» (2021–2023 гг.). Реализует «Концепцию выращивания способностей и одаренности» Института СДП применительно к выращиванию математических способностей и одаренности. Программа направлена на выращивание математических способностей и одаренности детей, их общеинтеллектуальное и личностное развитие, повышение качества подготовки к математическим олимпиадам и качества математического образования в целом.

Математические олимпиады в настоящее время принято считать элитным направлением: в них вовлечено ограниченное число школьников, чаще всего из математических классов или профильных образовательных организаций. При этом мощный ресурс олимпиадной математики как эффективного инструмента интеллектуального и личностного развития детей в массовой школе используется недостаточно. Олимпиадные задачи — это, как правило, нестандартные задачи, поэтому для их решения недостаточно просто применить приобретенные на уроках знания и умения. Решение любой олимпиадной задачи — это всегда пусть маленькое, но открытие, демонстрирующее красоту математической мысли и позволяющее пережить радость творчества и удовольствие от интеллектуальной деятельности. Решение олимпиадных задач развивает у каждого ребенка глубину и гибкость мышления, воображение, самостоятельность и трудолюбие, творческие способности, повышает интерес к математике и уровень математической подготовки. Поэтому вовлечение в олимпиадную математику важно для всех учеников: математически одаренные дети в творческой среде смогут полнее реализовать свой потенциал и вырастить свой математический талант, сохраняя физическое и психическое здоровье, а все остальные — развить свои математические способности и успешнее учиться, что пригодится в любом деле. Между тем можно выделить целый ряд проблем, создающих препятствия для привлечения в олимпиадную среду учащихся массовой школы: недостаточная мотивация школьников к участию в олимпиадном движении, «оторванность» олимпиадной математики от основного школьного курса, недостаточная системность олимпиадной подготовки, отсутствие преемственности между разными уровнями образования.

Целью курса «Олимпиадная математика» является системная подготовка учащихся 5–8 классов к математическим олимпиадам, ориентированная на вовлечение школьников в математическую деятельность, развитие мотивации, мышления, творческих способностей и за счет этого — достижение более высокого уровня их олимпиадной и общей математической подготовки. Методологической основой реализации поставленной цели являются следующие принципы: 1) Принцип развития, который состоит в том, что олимпиадная подготовка должна быть нацелена прежде всего на создание условий для всестороннего развития мышления и личностных качеств каждого ученика, а не ограничиваться тренингом в освоении ими методов олимпиадной математики. Суть этого принципа можно кратко выразить тезисом: «развитие средствами олимпиадной математики каждого ученика». 2) Принцип «выращивания» состоит в совмещении, с одной стороны, внутренней активности ученика, его целенаправленных попыток раскрыть и реализовать свой потенциал, а с другой стороны, внешней организации этой активности со стороны учителя в рамках той же цели. 3) Принцип успешности состоит в акцентировке на успешность, то есть в создании такой среды, где к ошибке относятся как к ступеньке роста, а не поводу для огорчения и порицания, где ценится и поддерживается успех каждого ученика относительно себя, независимо от начального уровня его подготовки и математических способностей. Основными особенностями курса «Олимпиадная математика» являются: 1) системность и непрерывность олимпиадной подготовки учащихся с 1 по 8 класс (на уровне технологий, содержания и методик), ее достаточная полнота; 2) мотивация и вовлечение учащихся в самостоятельную математическую деятельность на основе системно-деятельностного подхода; 3) выращивание общеучебных интеллектуальных умений, необходимых для решения олимпиадных задач: умения эффективно преодолевать трудности, владения общими подходами к решению нестандартных задач, умения работать в команде и др.; 4) создание творческой, эмоционально окрашенной образовательной среды, где каждый ученик имеет возможность добиться успеха.

Системность и непрерывность, организация самостоятельной математической деятельности учащихся, их эмоциональная поддержка и индивидуальный темп продвижения, развитие мотивации, познавательных процессов и творческого потенциала, единое пространство реализации системно-деятельностного подхода на уроках и во внеурочной деятельности открывают для каждого ребенка возможность не только осваивать содержание олимпиадной подготовки на уровне своего максимума, но и развивать свои общие интеллектуальные способности к решению нестандартных задач, что жизненно важно для всех детей.

Место учебного предмета в учебном плане

Данная программа внеурочной деятельности предназначена для учащихся 5-8 классов, проявляющих интерес и склонность к изучению математики. Программа рассчитана на 136 часов. Занятия проводятся 1 раз в неделю.

СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

І. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

Приемы упрощения устного счета (сложение, вычитание): разбиение на пары. Метод дополнения до целого в клетчатых задачах. Использование связи между числовыми и геометрическими задачами для упрощения счета. Приемы решения задач о разделении чисел на группы с равной суммой. Составление магических квадратов. Изменение суммы при изменении каждого слагаемого на некоторое число. Метод подсчета двумя способами на примере чисел с известными попарными суммами. Прием разбиения на пары для подсчета сумм чисел, идущих через равные промежутки. Определение четности количества чисел в ряду. Формула суммы чисел от 1 до n . Разбиение на пары групп чисел с равной суммой. Метод подсчета двумя способами в арифметических задачах. Использование подсчета двумя способами в доказательствах «от противного», при решении задач с арифметическими таблицами, геометрических задач. Введение переменной для дальнейшего двойного подсчета. Среднее арифметическое, его свойства (изменение при увеличении всех чисел набора на некоторое число и в некоторое число раз; оценка среднего арифметического сверху и снизу наибольшим и наименьшим числами набора; неизменность среднего арифметического при добавлении числа, равного среднему арифметическому чисел набора).

2. Числа и их свойства

Способы решения числовых и буквенных ребусов. Организация перебора с учетом принципа узких мест. Приемы решения задач на восстановление знаков действий, расстановку скобок, нахождение чисел с указанными свойствами. Понятие решения буквенного ребуса. Метод перебора для поиска всех решений ребуса. Ограничение полного перебора с учетом принципа узких мест, свойств четности. Доказательство отсутствия решения у ребуса с помощью метода перебора, числовых оценок. Конструкции с обыкновенными и десятичными дробями. Представление чисел в виде обыкновенных дробей с числителем 1 и разными знаменателями. Применение арифметических свойств дробей, правила сокращения дробей. Уменьшение чисел на интервале $(0; 1)$ при возведении в степень. Приемы решения задач на равномерное распределение частей между несколькими людьми. Использование отрицательных чисел в конструкциях как метод устранения мнимых противоречий. Зависимость знака произведения от знаков множителей. Приемы решения задач на оценку и пример, связанные с отрицательными числами. Использование отрицательных чисел в задачах с числовыми оценками.

3. Закономерности

Поиск циклов в арифметических задачах. Анализ задач с повторяющимися числами, вычисление длины цикла. Определение и использование порядкового номера внутри цикла в задачах с «большими» числами. Эффект «плюс-минус один». Использование схемы для его преодоления. Вывод формулы для определения количества натуральных чисел в промежутке с помощью интерпретации на числовой оси. Метода масштабирования для проверки формул. Использование эффекта «плюс-минус один» для устранения противоречий при решении задач. Конструкции с предварительным анализом. Конструирование путем разбиения на аналогичные подзадачи в задачах на разрезание, составление числовых конструкций. Последовательное конструирование (конструирование путем рассмотрения более простых задач и дальнейшего обобщения на исходную задачу). Бесконечные процессы. Понятие базовой конструкции, шага. Прием разбиения процесса на последовательность этапов, на каждом из которых изменяются свойства только одного элемента.

4. Время и движение

Приемы решения арифметических задач о промежутках времени. Учет разницы часовых поясов. Идея о задачах на движение по реке на примере задач про отстающие и спешащие часы. Конструк-

ции в задачах про время. Задачи на относительное движение (движение навстречу, в противоположных направлениях, вдогонку, с отставанием) с неполными данными. Разбор случаев в задачах на движение. Использование нестандартных чертежей при решении задач на движение. Изображение скоростей движения в частях (единичных отрезках). Масштабирование скорости. Использование более крупных единиц времени для уравнивания расстояний. Недельная и годовая цикличность. День недели как остаток от деления на 7. Способы построения конструкций и доказательства невозможности построения конструкций в задачах про календарь. Движение по кругу. Изображение скоростей движения в условных единицах (дугах). Движение стрелок часов, исследование количества их пересечений. Понятие градусной меры дуги на примере углов между часовой, минутной, секундной стрелками.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

Повороты клетчатой фигуры на прямой угол, связь с симметрией. Понятие о зеркальных (но несимметричных) фигурах. Использование симметрии и поворотов фигур при решении задач на разрезание. Метод «пропеллера» для построения примеров. Задачи на разрезание пространственных фигур. Вычисление объемов фигур, составленных из кубиков. Изменение объема фигуры, составленной из кубиков, при увеличении каждого измерения в 2 раза. Составление фигур из объемных частей. Понятие развертки. Нахождение различных разверток куба. Способы изображения «склеивающихся» граней при изображении развертки куба. Изображение фигур, состоящих из кубиков. Три вида объемной фигуры. Восстановление объемной фигуры по трем ее видам. Изображение многогранников по заданному количеству вершин, ребер и граней (тетраэдр, пирамида, октаэдр, усеченная пирамида). Развертки многогранников. Оклеивание объемных фигур. Пути на поверхности объемных фигур.

2. Площади

Разрезание фигур на равные части по линиям сетки и составление фигур из частей. Приемы поиска разных способов разрезания. Метод перебора, использование симметрии при поиске как можно большего количества различных разрезов одной и той же фигуры на равные части. Фигуры тетрамино, их нахождение с помощью метода перебора. Использование множества делителей числа для вычисления возможного количества частей, на которые можно разрезать фигуру. Разрезания по линиям сетки и диагоналям клеток. Свойство аддитивности площади. Метод разбиения на элементарные части (прямоугольники, прямоугольные треугольники) и метод дополнения для вычисления площадей фигур, границы которых идут не по линиям сетки. Использование площадей фигур для определения форм частей в случае разрезания клетчатых фигур не по линиям сетки (диагоналям клеток). Пентамино. Получение фигур пентамино из тетрамино с помощью геометрического метода перебора. Использование симметрии при решении задач на разрезание. Введение дополнительной сетки (укрупнение или уменьшение клеток, наклонная сетка). Первичные представления о движениях плоскости (параллельный перенос, поворот). Перпендикулярность на клетчатой бумаге. Приемы решения задач на перекраивание фигур («разрежь и составь»). Равносоставленные фигуры. Разрезание не клетчатых фигур. Введение вспомогательной сетки. Разрезание фигур на подобные. Использование вспомогательной раскраски при решении задач на разрезание. Задачи на разрезание с оценкой и примером.

3. Геометрические неравенства

Конструкции с отрезками и ломаными. Вычисление периметров фигур. Связь между длинами отрезков на прямой. Приближенное вычисление длин ломаных и кривых с помощью нити. Подсчет количества кратчайших путей в графе. Задача о нахождении диагонали кирпича. Кратчайшие пути по граням куба, параллелепипеда. Варианты расположения точек на прямой. Координата середины отрезка числовой прямой. Расстояние между серединами отрезков. Неравенство треугольника. Доказательство неравенства треугольника с использованием построений. Оценка суммы длин диагоналей четырехугольника через его периметр.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

Метод уравнивания при решении задач с опорой на вспомогательные схемы. Метод «анализ с конца». Прием «учти лишнее». Метод подсчета двумя способами. Связь с теорией множеств. Выбор удобной переменной в текстовых задачах. Сравнение метода введения переменных с методом доказательства единственности решения задачи с помощью числовых оценок. Десятичная запись (представление натурального числа в виде $a + 10b + 100c + \dots$). Признаки делимости, связанные с десятичной записью числа. Использование десятичной записи при решении буквенных ребусов и для

доказательств «от противного». Сведение задачи к простейшим уравнениям в цифрах с дальнейшим перебором вариантов, использованием свойств делимости.

2. Функциональные зависимости

Использование формул при решении нестандартных текстовых задач. Формулы площади прямоугольника, объема и площади поверхности куба, прямоугольного параллелепипеда. Доказательство формул перевода единиц измерения площади, объема. Нестандартные единицы измерения. Понятие взаимно однозначного соответствия между множествами. Разбиение объектов на пары как пример взаимно однозначного соответствия. Использование взаимно однозначного соответствия для сравнения мощностей множеств. Примеры соответствий, не являющихся взаимно однозначными. Взаимно однозначное соответствие в простых комбинаторных задачах. Прямая и обратная пропорциональность. Использование пропорций при решении нестандартных текстовых задач. Свойство суммы и среднего арифметического пропорционально изменяемых чисел.

3. Неравенства и оценки

Сравнение многозначных чисел. Нахождение наибольшего или наименьшего многозначного числа с определенными свойствами. Использование правил сравнения чисел для доказательства минимальности и максимальности. Метод перебора в арифметических задачах. Перебор по количеству объектов одного из двух типов. Задачи про «ноги и головы». Оценки, основанные на изменении количества объектов одного типа на единицу. Четность как инструмент упрощения перебора и доказательства невозможности. Оценки величины «сверху» и «снизу». Ограничение перебора с помощью оценок. Двусторонние оценки как метод доказательства единственности ответа. Простейшие действия с неравенствами. Оценки, связанные с делимостью. Решение двойных неравенств с натуральными числами. Транзитивность неравенств. Использование промежуточного числа (посредника) для доказательства числовых неравенств. Использование нескольких посредников. Уменьшение чисел на интервале $(0; 1)$ при возведении в степень.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

Вывод признака делимости на 2 с помощью числового луча и заикливания последней цифры. Изменение последней цифры числа при сложении, вычитании, умножении. Доказательство четности и нечетности суммы и разности двух чисел. Четность или нечетность суммы нескольких чисел. Доказательство с помощью разбиения на пары. Использование соображений четности при решении задач на доказательство для упрощения перебора вариантов. Делимость и ее свойства. Доказательство признаков делимости на 2, 4, 8, 5, 25, 10, 3, 9, их обобщение. Отсутствие обобщения признака делимости на 9 на признак делимости на 27. Разложение натурального числа на простые множители. НОД и НОК. Простые числа. Делимость как инвариант. Другие признаки делимости, связанные с десятичной записью числа (на 7, 11, 13 и др.). Задачи на оценку и пример, связанные с признаками делимости: на нахождение минимального числа с указанными свойствами делимости, числа с наименьшей суммой цифр. Каноническое разложение натурального числа. Степень вхождения простого делителя. Четность степеней вхождения простых множителей в каноническое разложение точного квадрата.

2. Остатки

Признак делимости на 10. Последняя цифра как остаток от деления на 10. Правила изменения последней цифры при арифметических операциях (сложение, вычитание, умножение). Повторяемость на числовом луче чисел, делящихся на n . Повторяемость чисел, дающих определенный остаток при делении на n . Способ определения остатка числа, связанный с соответствующим признаком делимости. Делимость на n разности числа и его остатка от деления на n . Сумма цифр. Делимость разности числа и его суммы цифр на 3 и 9. Раскладывание числа на разное количество частей с данным остатком. Остатки от деления целых чисел на натуральные. Общий вид числа с определенным остатком при делении на число. Арифметические свойства остатков. Задачи на остатки с доказательством по принципу Дирихле. Заикливание остатков степеней.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

Понятие об истинном и ложном высказывании. Составление высказываний и вопросов с определенными свойствами. Перебор двух вариантов в логических задачах. Рыцари и лжецы. Отрицания элементарных высказываний. Перебор вариантов по роли (рыцарь/лжец). Представление перебора в виде таблицы, дерева вариантов. Высказывания о логическом следовании. Логические задачи с неединственным ответом. Перебор, использующий высказывания о существовании и всеобщности. Отрицание высказываний о существовании и всеобщности. Отрицание высказываний с «больше»,

«меньше», «больше или равно», «меньше или равно». Метод «от противного». Логические таблицы. Отрицание высказываний с «и», «или», более сложных высказываний. Логические задачи на оценку и пример. Доказательства, использующие чередование объектов. Расположение объектов по кругу.

2. Принципы решения задач

Представление условия задачи в виде нестандартного чертежа. Геометрические интерпретации логических и арифметических задач. Малые случаи. Разделение задачи на эквивалентные подзадачи. Составление блоков из элементов разбиения. Задачи с повторяющимися объектами. Метод проверки ответа (закономерности) на малых случаях. Анализ задачи с конца (обратный ход) в арифметических и логических задачах. Сравнение с методом введения переменной. Табличное представление анализа с конца. Рассмотрение последнего шага процесса, его использование для доказательств в логических задачах. Задачи с вопросом «сколько нужно взять?». Использование отрицаний элементарных высказываний при решении задач. Формальное введение принципа Дирихле. Связь с доказательством «от противного». Обобщения принципа Дирихле. Принцип Дирихле в геометрических задачах. Остатки и принцип Дирихле.

3. Алгоритмы и конструкции

Переливания (задачи на отмеривание определенного количества жидкости с помощью двух или более емкостей и источника воды). Табличная форма записи шагов алгоритма. Укрупнение шагов алгоритма при наличии повторяющихся групп действий (идея алгоритмических циклов). Переправы. Организация перебора в задачах на переправы, удобная форма записи решения. Идея промежуточных обратных действий для работы алгоритма (перевоз объекта обратно). Составление алгоритмов угадывания с помощью вопросов, на которые можно ответить только «да» или «нет». Доказательство несостоятельности алгоритма, позволяющего при одинаковых начальных данных получить различные ответы. Взвешивания. Составление алгоритмов определения фальшивых монет с помощью взвешиваний. Прямая и косвенная информация. Понятие о количестве информации. Доказательство невозможности построения алгоритма при недостаточном количестве взвешиваний. Задачи на испытания с другими сюжетами.

4. Игры и стратегии

Понятие математической игры для двух игроков на примере игр с шахматными фигурами на досках. Игры-шутки, в которых победитель зависит только от количества раундов. Формирование представления о выигрышных позициях. Понятие выигрышной стратегии. Математические игры с полной информацией. Использование дерева перебора для доказательства верного выбора стратегии. Симметричная стратегия в играх. Доказательство симметричной стратегии. Симметричная стратегия с «центром». Примеры неверного использования симметричной стратегии. Выигрышные позиции как метод конструирования стратегии. Игры на опережение. Игры, в которых один игрок может гарантировать себе «ничью».

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

Использование схем (графов) для удобства подсчета количества связей (дорог, рукопожатий). Доказательства невозможности построения графа с определенным количеством связей. Подсчет общего количества игр в однокруговом турнире. Связь между прямым подсчетом числа связей по схеме и двойным подсчетом через суммарное количество выходящих «связей». Дерево вариантов для решения комбинаторных задач. Переход от дерева вариантов к правилу произведения (правилу «И»). Подсчет количества чисел с определенными свойствами. Правило суммы (правило «ИЛИ») и правило произведения (правило «И»), определение ситуаций для использования каждого правила. Задачи, требующие использования комбинации этих правил. Перестановки без повторений и с повторениями на примере анаграмм слова. Вывод формулы для числа перестановок из правила произведения. Факториал и его свойства. Перестановки с повторениями. Вывод формулы.

2. Теория множеств

Диаграмма Эйлера — Венна для двух, трех и более множеств. Пересечение и объединение множеств, различные методы подсчета количества элементов в пересечении и объединении на готовых диаграммах. Введение вспомогательной диаграммы для решения задачи. Работа с множествами с неизвестным количеством элементов. Логические задачи на множества, связанные с долями и дробями. Метод дополнения в задачах. Использование кругов Эйлера и метода дополнения в комбинаторных задачах, в том числе для вычисления количества чисел в диапазоне, делящихся или не делящихся на какие-то числа. Метод введения переменной при решении задач про множества.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

Раскраски досок. Конструирование примера раскраски доски с указанными свойствами. Задачи-соревнования на раскраску досок в наибольшее и наименьшее количество цветов. «Правильная» раскраска. Раскраска географической карты как пример «правильной» раскраски. Чередование объектов как частный случай «шахматной» раскраски. Чередование объектов в ряду, по кругу. Относительное количество чередующихся объектов. Четность суммы чисел в промежутке. Связь чередования и разбиения на пары. Разрезания шахматной доски. Идея использования заданной шахматной раскраски в доказательствах. Шахматная раскраска досок, ее использование для оценок и доказательств. Обобщение шахматной раскраски на другие объекты. Шахматная раскраска ребер и граней куба. Принцип Дирихле в задачах с раскраской. Использование раскраски для нахождения и доказательства единственности примера. Виды раскрасок клетчатых досок в два и более цвета. Раскраска полосами, диагональная раскраска в несколько цветов, «крупная» шахматная раскраска. Доказательство невозможности разрезания на основе раскраски.

2. Теория графов

Изображение графов. Граф как способ удобного представления связей между объектами. Изоморфизм графов. Различные способы изображения связей. Неориентированные и ориентированные связи. Исследование возможности нарисовать фигуру одним росчерком. Теорема Эйлера как формальный способ проверить, можно ли нарисовать фигуру одним росчерком. Нечетность степеней вершин как способ выявления концов пути. Полный граф. Количество ребер в полном графе. Графы шахматных фигур и количество ребер в них. Двудольный граф как модель связей между объектами двух типов. Представление турнира в виде графа. Формальное определение графа. Вершины, ребра, степени вершин. Лемма о рукопожатиях как способ подсчета количества ребер в графе через сумму степеней вершин. Свойство четности количества вершин нечетной степени в графе. Лемма о хороводах.

3. Комбинаторная геометрия

Взаимное расположение точек и отрезков на плоскости. Точки и отрезки, лежащие на одной прямой. Идея об увеличении количества частей при разрезании невыпуклых фигур. Разрезание фигур на части с определенным числом сторон. Разрезание на части, не образующие прямоугольники. Задачи на объединение фигур. Покрытие плоскости одинаковыми фигурами (паркет). Понятие о многоугольнике. Паркет в форме правильных многоугольников (треугольники, квадраты, шестиугольники). Замощение клетчатыми фигурами. Замощение многоугольниками неправильной формы. Замощение невыпуклыми многоугольниками. Задачи о наиболее плотной укладке. Невыпуклые фигуры как средство преодоления мнимых противоречий. Задачи о пересечении фигур.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ «ОЛИМПИАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

К концу обучения в пятом классе обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

- вычислять суммы чисел, идущих через равные промежутки, с помощью разбиения на пары;
- применять формулу суммы всех натуральных чисел от 1 до n ;
- использовать подсчет суммы чисел в задачах о разбиении на пары групп чисел с равной суммой.

2. Числа и их свойства

- конструировать примеры с дробями;
- применять арифметические свойства дробей, правила сокращения дробей в задачах-конструктивах;
- решать задачи о равномерном распределении частей между несколькими людьми.

3. Закономерности

- проводить предварительный анализ в задачах-конструктивах;
- использовать разбиение на подзадачи при построении геометрических и числовых конструкций.

4. Время и движение

- строить и применять нестандартные схемы (чертежи) к задачам на движение;
- изображать скорости движения в частях (единичных отрезках);
- использовать более крупные единицы времени, НОД и НОК для уравнивания расстояний.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

- изображать развертки простых пространственных фигур (куб, параллелепипед, пирамида);

- подбирать подходящие разные развертки куба и прямоугольного параллелепипеда для решения задач;
- изображать три вида объемной фигуры;
- восстанавливать возможную форму пространственной фигуры по ее трем видам.

2. Площади

- применять метод перебора в геометрических задачах, соображения симметрии для его упрощения;
- использовать фигуры пентамино при решении задач на разрезание;
- вводить вспомогательную сетку (с укрупненными или уменьшенными клетками, наклонную сетку) для вычисления площадей фигур на клетчатой бумаге;
- применять параллельный перенос на клетчатой бумаге для упрощения вычисления площадей фигур;
- проводить предварительный анализ в задачах о перекраивании фигур;
- находить возможные способы разрезания и составления фигур в задачах о перекраивании фигур с помощью метода «проб и ошибок», принципа «узких мест».

3. Геометрические неравенства

- рассматривать все неэквивалентные варианты взаимного расположения нескольких точек на прямой;
- вычислять координату середины отрезка на числовой прямой;
- находить расстояние между серединами отрезков на числовой прямой по координатам вершин этих отрезков.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

- вводить удобную переменную в нестандартных текстовых задачах;
- составлять и решать уравнение с одной переменной.

2. Функциональные зависимости

- устанавливать взаимно однозначное соответствие между элементами двух множеств;
- использовать взаимно однозначное соответствие (разбиение на пары) для сравнения количества элементов в двух множествах;
- применять метод разбиения на пары при решении комбинаторных задач.

4. Неравенства и оценки

- доказывать оценки значения величины «сверху» и «снизу»;
- использовать оценки «сверху» и «снизу» для ограничения перебора числовых значений величины;
- применять двусторонние оценки для доказательства единственности возможного значения неизвестной.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

- применять свойства делимости, признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 25, 10, 3, 9 при решении нестандартных доказывать обобщения признаков делимости (признаки делимости на степени двойки, степени пятёрки);
- использовать разложение натурального числа на простые множители в задачах-конструктивах и задачах на доказательство;
- фиксировать и применять инвариантность свойства делимости некоторой величины в процессах.

2. Остатки

- определять остаток от деления числа на 2, 4, 8, 5, 10, 3, 9 с помощью соответствующего признака делимости;
- использовать свойство делимости на n разности числа и его остатка от деления на n при решении задач.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

- находить с помощью метода перебора все варианты ответа в логических задачах;
- анализировать высказывания о существовании и всеобщности, использовать их отрицания при решении логических задач;
- строить отрицания высказываний со связками «больше», «меньше», «больше или равно», «меньше или равно».

2. Принципы решения задач

- применять метод «анализ с конца» (метод обратного хода) при решении текстовых и логических задач;

- использовать табличную форму записи решения текстовой задачи с помощью «анализа с конца»;
- использовать идею доказательства «от противного» при решении задач о наибольшем или наименьшем возможном значении величины (задачи с вопросом «сколько нужно взять»).

3. Алгоритмы и конструкции

- составлять алгоритмы угадывания с помощью вопросов, на которые можно отвечать только «да» и «нет»;
- использовать табличную форму записи шагов алгоритма угадывания.

4. Игры и стратегии

- строить и обосновывать симметричную стратегию, симметричную стратегию «с центром» в математических играх для двух игроков;
- приводить примеры неверного использования симметричной стратегии;
- конструировать выигрышную стратегию на основе анализа выигрышных и проигрышных позиций в игре. задач;

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

- применять правила суммы (правило «ИЛИ») и произведения (правило «И») в комбинаторных задачах;
- решать задачи, требующие комбинации этих двух правил.

2. Теория множеств

- применять метод дополнения, теоретико-множественные модели для решения задач о подсчетах;
- вычислять количество натуральных чисел в диапазоне, делящихся или не делящихся на некоторое n .

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

- использовать шахматную раскраску доски, других объектов для проведения оценок и доказательств;
- использовать шахматную раскраску для конструирования примеров.

2. Теория графов

- строить более сложные интерпретации задач в терминах теории графов (графы шахматных фигур);
- вычислять количество ребер в полном графе, графе шахматной фигуры;
- представлять турнир в виде графа;
- изображать двудольный граф.

3. Комбинаторная геометрия

- строить регулярные покрытия плоскости равными фигурами (паркеты);
- использовать для замощения правильные многоугольники, выпуклые и невыпуклые фигуры. Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно;
- анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;
- анализировать вопрос (требование) задачи;
- находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;
- строить модели на основе уже известных (числовой луч, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, дерево вариантов);
- составлять алгоритм решения задачи;
- находить «узкие места» задачи и использовать их при конструировании примеров;
- применять метод перебора;
- строить логические рассуждения в устной и письменной форме;
- описывать устно «путь к решению», то есть логическое рассуждение, которое позволило прийти к решению (конструкции, доказательству);
- преодолевать кажущиеся противоречия, связанные с недостаточным анализом условия задачи;
- проверять ответ (пример) на соответствие всем условиям задачи;
- проверять ход доказательства на отсутствие противоречий и необоснованных выводов;
- делать краткую (схематичную) запись решения задачи, логического рассуждения;
- формулировать в письменном виде полный текст логического рассуждения.

6 класс

К концу обучения в шестом классе обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

- определять неизвестную, значение которой можно выразить двумя способами, и вычислять ее значения (применять метод подсчета двумя способами);
- использовать метод подсчета двумя способами в доказательствах «от противного», при решении задач с арифметическими таблицами, геометрических задач;
- составлять уравнения на основе подсчета неизвестной двумя способами;
- доказывать и применять при решении задач свойства среднего арифметического набора чисел (изменение при увеличении всех чисел набора на некоторое число и в некоторое число раз; оценка среднего арифметического сверху и снизу наибольшим и наименьшим числами набора; неизменность среднего арифметического при добавлении числа, равного среднему арифметическому чисел набора).

3. Числа и их свойства

- строить конструкции с отрицательными числами;
- использовать отрицательные числа в задачах с числовыми оценками.

4. Закономерности

- конструировать сложные арифметические, геометрические примеры с помощью метода последовательного конструирования;
- доказывать возможность существования конструкции методом последовательного конструирования;
- определять необходимое количество базовых конструкций в задачах с последовательным конструированием.

5. Время и движение

- составлять схемы к задачам про движение по кругу, в том числе схем с единичными дугами;
- решать задачи о количестве пересечений стрелок часов, их взаимном расположении;
- вычислять градусные меры дуг между часовой, минутной, секундной стрелками.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

- изображать пространственные фигуры по набору свойств (количество вершин, ребер, граней);
- строить развертки более сложных многогранников, восстанавливать вид пространственной фигуры по ее развертке;
- решать задачи об оклеивании объемных фигур, построении путей на поверхности таких фигур.

2. Площади

- строить разрезания клетчатых фигур на равные части;
- использовать вспомогательную сетку для разрезания клетчатых фигур.

3. Геометрические неравенства

- применять неравенство треугольника при решении простых геометрических и текстовых задач;
- доказывать неравенство треугольника с помощью построений циркулем и линейкой.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

- применять запись числа в виде суммы разрядных слагаемых ($a + 10b + 100c + \dots$) для сведения задачи к уравнению в цифрах;
- решать уравнения в цифрах с помощью метода перебора и использования свойств делимости.

2. Функциональные зависимости

- использовать пропорции и их свойства при решении нестандартных текстовых задач.

3. Неравенства и оценки

- подбирать промежуточное число (посредника) для доказательства числовых неравенств, сравнения чисел;
- использовать метод введения переменной для доказательства числовых неравенств, сравнения чисел.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

- доказывать и применять в задачах признаки делимости, связанные с десятичной записью числа (на 7, 11, 13 и др.);
- решать задачи на оценку и пример, связанные с делимостью (нахождение наименьшего числа с указанными свойствами делимости, наименьшей возможной суммой цифр).

2. Остатки

- записывать в общем виде целое число с определенным остатком от деления на n ;

- использовать арифметические свойства остатков при решении задач;
- применять свойство закикливания остатков при возведении числа в степень, определять остаток данной степени числа.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

- применять метод «от противного»;
- строить отрицания высказываний с логическими связками «и», «или», сложных высказываний, применять эти отрицания в доказательствах «от противного»;
- решать логические задачи на оценку и пример;
- решать задачи о расположении объектов по кругу.

3. Принципы решения задач

- применять принцип Дирихле (избыток, недостаток) для решения задач;
- использовать доказательство «от противного» для решения задач, требующих обобщения принципа Дирихле;
- решать геометрические задачи с помощью принципа Дирихле.

4. Алгоритмы и конструкции

- составлять алгоритмы взвешиваний;
- использовать представление результатов взвешиваний с помощью дерева вариантов;
- доказывать невозможность построения алгоритма взвешиваний при недостаточном количестве доступных взвешиваний.

5. Игры и стратегии

- строить стратегии в играх «на опережение»;
- доказывать, что один из игроков может обеспечить себе ничью.

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

- вычислять количество анаграмм данного слова с различными и повторяющимися буквами;
- выводить формулы для числа перестановок с помощью правила произведения.

2. Теория множеств

- использовать метод введения переменной в задачах про множества.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

- использовать различные виды раскрасок досок для доказательства невозможности разрезания доски на определенные части.

2. Теория графов

- формулировать условие задачи в терминах теории графов;
- применять лемму о рукопожатиях для подсчета количества ребер в графе;
- использовать свойство четности количества вершин нечетной степени в графе в доказательствах;
- доказывать лемму о хороводах.

3. Комбинаторная геометрия

- применять невыпуклые фигуры при конструировании;
- определять все возможные значения количества сторон при пересечении многоугольников. Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно;
- анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;
- анализировать вопрос (требование) задачи;
- находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;
- строить модели на основе уже известных (числовой луч, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, дерево вариантов);
- составлять алгоритм решения задачи;
- строить отрицания сложных высказываний и использовать метод «от противного» для доказательства вспомогательных утверждений;
- находить «узкие места» задачи и использовать их при конструировании примеров;
- применять метод перебора;
- строить логические рассуждения в устной и письменной форме;
- формулировать и доказывать необходимые вспомогательные свойства (леммы);
- преодолевать кажущиеся противоречия, связанные с недостаточным анализом условия задачи;

- проверять ответ (пример) на соответствие всем условиям задачи;
- проверять ход доказательства на отсутствие противоречий и необоснованных выводов;
- фиксировать противоречия в ходе перебора случаев и делать выводы об их невозможности;
- формулировать в письменном виде полный текст решения задачи.

7 класс

К концу обучения в седьмом классе обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

- вычислять длинные суммы способом «телескопического суммирования»;
- использовать формулы сокращенного умножения, разложения многочленов на множители для вычисления сумм.

3. Числа и их свойства

- использовать свойства рациональных чисел при решении нестандартных задач;
- строить конструкции с рациональными числами.

4. Закономерности

- обобщать числовую задачу на задачу с переменной;
- составлять и доказывать формулы числовых закономерностей в арифметических, геометрических, логических и комбинаторных задачах.

5. Время и движение

- решать задачи на движение с помощью перехода в движущуюся систему координат;
- учитывать протяженность объектов в задачах на движение;
- изображать схемы к нестандартным задачам на движение по реке и задачам, которые описывают схожий тип движения.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

- решать задачи на построение с использованием соображений симметрии;
- решать нестандартные задачи на нахождение ГМТ (геометрического места точек).

2. Площади

- доказывать и применять формулу площади произвольного треугольника;
- вычислять площади клетчатых фигур с помощью разрезания на элементарные части (прямоугольники и треугольники).

3. Геометрические неравенства

- использовать осевую симметрию при доказательстве геометрических неравенств;
- решать задачу о нахождении кратчайшего пути между двумя точками, находящимися по одну сторону от заданной прямой и касающегося этой прямой.

4. Аналитические методы в геометрии

- доказывать теорему Пифагора с помощью метода дополнения и алгебраических интерпретаций;
- применять теорему Пифагора при решении задач на разрезание.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

- применять способы разложения многочленов на множители при решении нестандартных алгебраических задач;
- использовать формулы сокращенного умножения для решения таких задач;
- применять метод замены числовых значений переменными для упрощения числовых выражений.

2. Функциональные зависимости

- применять свойства линейной функции при решении нестандартных задач.

2. Неравенства и оценки

- доказывать арифметические свойства неравенств и применять их при решении задач;
- доказывать неравенства с помощью выделения полных квадратов;
- доказывать и применять неравенство Коши (о среднем арифметическом и среднем геометрическом для двух чисел);

- использовать в доказательстве неравенств метод разбиения одночленов на слагаемые, прибавления и вычитания некоторого одночлена;

- доказывать и применять неравенство о сумме квадратов трех чисел и их попарных произведениях.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

- обосновывать корректность алгоритма Евклида и применять его при решении числовых задач, задач о делимости;
- доказывать и применять свойства НОД и НОК;
- доказывать теорему о линейном представлении НОД;
- решать линейные уравнения в целых числах.

2. Остатки

- ограничивать множество возможных решений текстовых задач, уравнений в целых числах с помощью перебора по остаткам;
- составлять таблицы возможных остатков квадратов, кубов чисел;
- использовать свойства сравнений по модулю при решении задач;
- решать сравнения с помощью сведения к линейным уравнениям в целых числах.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

- использовать дополнительную раскраску и разбиение на группы для решения логических задач на оценку и пример;
- строить отрицание логического следования.

3. Принципы решения задач

- применять принцип «узких мест» для конструирования примеров и доказательства утверждений;
- использовать идею упорядочивания числовых рядов по возрастанию/убыванию, рассмотрения наибольшего или наименьшего числа в ряду для конструирования примеров и доказательства утверждений;
- применять геометрический принцип крайнего.

4. Алгоритмы и конструкции

- использовать «жадный» алгоритм для составления примеров, доказательства максимальности или минимальности;
- применять «жадный» алгоритм при последовательном конструировании;
- приводить примеры задач, в которых «жадный» алгоритм не дает оптимальный ответ.

5. Игры и стратегии

- конструировать стратегии в математических играх для двух игроков, основанные на предварительном разбиении ходов на пары;
- разрабатывать стратегии в математических играх для двух игроков, основанные на создании «заповедников».

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

- находить число способов размещения с повторениями и без повторений;
- выводить формулу для числа размещений в виде произведения и в виде отношения факториалов;
- находить число сочетаний;
- выводить формулу для числа сочетаний;
- различать ситуации, в которых нужно подсчитать число размещений и число сочетаний;
- доказывать равенства для чисел сочетаний алгебраически и комбинаторно;
- решать задачи на подсчет количества способов, связанные с числом размещений и сочетаний.

2. Теория множеств

- выводить и использовать формулу включений-исключений для трех множеств.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

- применять разбиение на группы объектов двух типов, расположенных по кругу;
- использовать метод разбиения досок на непересекающиеся части для доказательства оценок;
- решать задачи с помощью усреднения (с подсчетом общего числа разбиений).

2. Теория графов

- использовать свойства связности, понятие компонент связности графа при решении задач;
- применять графы-деревья для решения задач;
- использовать двудольные графы и их свойства для решения задач.

3. Комбинаторная геометрия

- доказывать свойства раскрасок плоскости;
- решать задачи о существовании одноцветных и разноцветных точек на определенном расстоянии на плоскости;

- строить правильные раскраски паркетов;
- решать задачи о правильной раскраске объемных фигур. Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:
- анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;
- анализировать вопрос (требование) задачи;
- находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;
- строить модели на основе уже известных (график на координатной плоскости, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, уравнение, неравенство);
- выбирать общий подход к решению задачи;
- при необходимости корректировать ход решения задачи в процессе ее решения;
- конструировать собственный способ решения задачи;
- применять общие принципы решения задач (анализ «узких мест», принцип крайнего, масштабирование задачи, индуктивные рассуждения);
- формулировать и доказывать необходимые вспомогательные свойства (леммы);
- проверять решение задачи на соответствие условиям и требованиям, непротиворечивость математическому и жизненному опыту;
- излагать решение задачи в письменной и устной форме.

8 класс

К концу обучения в восьмом классе обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

- работать с рекуррентными соотношениями;
- выделять и доказывать закономерности, связанные с рядом Фибоначчи;
- доказывать свойства чисел Фибоначчи, связанные с суммированием.

3. Числа и их свойства

- доказывать иррациональность чисел вида n , где n — натуральное число, не являющееся точным квадратом;
- доказывать иррациональность чисел, являющихся суммой таких чисел;
- использовать свойства сопряженных чисел при решении задач;
- применять свойства рациональности и иррациональности суммы, разности, произведения и частного иррациональных чисел;
- доказывать свойства периодических и непериодических десятичных дробей, связанные с конечностью и бесконечностью повторения цифр.

4. Закономерности

- составлять формулы закономерностей;
- доказывать алгебраические равенства и формулы закономерностей с помощью метода математической индукции;
- применять метод математической индукции в случае, когда шаг индукции отличен от 1.

5. Время и движение

- решать задачи на движение с помощью введения нескольких переменных и дальнейшего рационального решения получающейся линейной или нелинейной системы уравнений;
- применять известные неравенства (неравенство Коши, неравенство Штурма) при решении сложных задач на движение.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

- применять дополнительные построения при решении геометрических задач (удвоение медианы, откладывание равного отрезка на продолжении стороны («спрямление»), построение середины отрезка, проведение высот, вспомогательной окружности).

2. Площади

- вычислять площади фигур с помощью приема трансформации площадей;
- доказывать равенство площадей фигур с помощью приема трансформации площадей.

3. Геометрические неравенства

- доказывать и использовать при решении задач неравенство ломаной (обобщение неравенства треугольника);
- доказывать и применять при решении задач теорему о монотонности периметра.

4. Аналитические методы в геометрии

- применять метод координат для решения геометрических задач;
- использовать векторы и их свойства в геометрических задачах на доказательство.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

- доказывать и применять при решении задач свойства многочленов с целыми коэффициентами;
- использовать теорему Виета для решения нестандартных задач;
- применять свойства квадратного трехчлена при решении задач.

2. Функциональные зависимости

- применять геометрический смысл коэффициентов квадратного трехчлена, график квадратного трехчлена для решения задач;
- исследовать относительное расположение графиков квадратных трехчленов с определенными свойствами;
- находить максимальное/минимальное значение квадратичной функции;
- использовать симметричность графика квадратичной функции относительно прямой, проходящей через вершину параболы.

3. Неравенства и оценки

- доказывать и применять трансервенство для доказательства неравенств;
- доказывать и применять неравенство Чебышева;
- определять свойства неравенств, связанные с перестановками переменных (симметрические, циклические неравенства);
- использовать метод упорядочивания переменных при доказательстве неравенств;
- доказывать и использовать неравенство Коши — Буняковского — Шварца при доказательстве неравенств;
- выводить и применять лемму Титу.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

- использовать понятие степеней вхождения простых чисел для решения нелинейных уравнений в натуральных, целых, целых неотрицательных числах;
- применять метод бесконечного спуска в доказательствах «от противного»;
- использовать соображения делимости при решении нелинейных уравнений в целых числах.

2. Остатки

- доказывать малую теорему Ферма с помощью рассмотрения остатков произведений при делении на p и с помощью метода математической индукции;
- применять малую теорему Ферма для решения теоретико-числовых задач;
- доказывать и применять в задачах теорему Вильсона.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

- применять принцип крайнего при решении логических задач;
- строить логические формулы и использовать их для построения отрицаний сложных высказываний;
- решать логические задачи со сложными высказываниями;
- применять законы де Моргана;
- строить таблицы истинности.

3. Принципы решения задач

- фиксировать и доказывать наличие инварианта в процессе;
- применять инвариант для доказательства общих утверждений о ходе процесса, для выяснения результата процесса;
- находить и применять инварианты, связанные с делимостью и остатками;
- применять инвариант при решении геометрических задач.

4. Алгоритмы и конструкции

- составлять алгоритмы, не зависящие от промежуточных результатов работы, и обосновывать их корректность;

- применять кодировку числами других систем счисления при построении алгоритмов взвешиваний, угадывания, на клетчатых досках и для доказательства невозможности составления алгоритма с меньшим числом действий.

5. Игры и стратегии

- доказывать существование стратегии в математической игре для двух игроков без приведения самой стратегии.

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

- применять метод «шаров и перегородок» при решении комбинаторных задач;
- строить взаимно однозначные соответствия между комбинаторными задачами;
- решать задачи о подсчете количества множеств и подмножеств с определенными свойствами.

2. Теория множеств

- выводить комбинаторным способом и использовать формулу включений-исключений для нескольких множеств.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

- строить правильные реберные и вершинные раскраски, доказывать возможность их построения для графа с определенными свойствами.

2. Теория графов

- использовать метод выделения остовного дерева для решения задач теории графов;
- применять метод «подвешивания» графа за вершину для доказательства утверждений теории графов;
- использовать дополнительный граф, рассмотрение «антиребер» при решении задач;
- применять графы в задачах теории чисел, комбинаторной геометрии.

3. Комбинаторная геометрия

- доказывать эквивалентность определений выпуклого многоугольника;
- доказывать возможность триангуляции выпуклого многоугольника;
- доказывать и применять лемму о диагонали;
- выводить и применять формулы суммы градусных мер внутренних и внешних углов многоугольника;
- использовать графы-деревья при решении задач о триангуляции многоугольников. Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:
- анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;
- анализировать вопрос (требование) задачи;
- находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;
- строить модели на основе уже известных (график на координатной плоскости, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, уравнение, неравенство);
- выбирать общий подход к решению задачи;
- при необходимости корректировать ход решения задачи в процессе ее решения;
- конструировать собственный способ решения задачи;
- применять общие принципы решения задач (анализ «узких мест», принцип крайнего, масштабирование задачи, индуктивные рассуждения);
- формулировать и доказывать необходимые вспомогательные свойства (леммы);
- проверять решение задачи на соответствие условиям и требованиям, непротиворечивость математическому и жизненному опыту;
- излагать решение задачи в письменной и устной форме.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

5 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов	Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
1	Логика высказываний	5	http://school-collection.edu.ru
2.	Числа и вычисления	8	http://school-collection.edu.ru
3.	Геометрические фигуры	10	http://school-collection.edu.ru
4.	От чисел к буквам. Текстовые задачи	7	http://school-collection.edu.ru
5.	Комбинаторика	4	http://school-collection.edu.ru

6 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов	Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
1.	Логика высказываний	6	http://school-collection.edu.ru
2.	Числа и вычисления	10	http://school-collection.edu.ru
3.	Геометрические фигуры	6	http://school-collection.edu.ru
4.	От чисел к буквам. Текстовые задачи	6	http://school-collection.edu.ru
5.	Комбинаторика	6	http://school-collection.edu.ru

7 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов	Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
1.	Функции и графики	6	http://school-collection.edu.ru
2.	Геометрическая смесь	7	http://school-collection.edu.ru
3.	Алгебраические преобразования	9	http://school-collection.edu.ru
4.	Комбинаторика	6	
5.	Теория чисел	6	

8 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов	Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
1.	Функция: просто, сложно, интересно	6	http://school-collection.edu.ru
2.	Геометрическая смесь	8	http://school-collection.edu.ru
3.	Алгебраические преобразования	8	
4.	Комбинаторика	6	
5.	Теория чисел	6	

ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ**5 КЛАСС**

№	Тема	Количество часов	Электронные цифровые образовательные ресурсы
1	Конструирование и доказательство как способы ответа на вопрос «Можно ли?»	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
2	Анализ «с конца» как альтернатива введению переменной при решении текстовых задач, использование метода «анализа с конца» в задачах на доказательство	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
3	Принцип «узких мест» в геометрических задачах, соображения симметрии, метод перебора в задачах на разрезание и составление фигур	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
4	Числовые фокусы Полный перебор в логических задачах, выбор удобного инструмента перебора, высказывания о всеобщности и существовании в логических задачах	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
5	Пентамино	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
6	Метод разбиения чисел на пары, вычисление количества и суммы чисел в указанном диапазоне, эффект «плюс-минус один»	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
7	Конструирование в геометрических задачах, замощение плоскости равными фигурами, представления о невыпуклых фигурах	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
8	Составление алгоритмов угадывания, формирование представлений об оптимальном алгоритме	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1

9	Введение переменной в текстовых задачах как метод нахождения всех решений, сравнение с методом перебора	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
10	От чисел к буквам	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
11	Свойства и признаки делимости, задачи на оценку и пример	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
12	Разложение на простые множители, задачи на доказательство, использующие разложение на простые множители	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
13	Перекраивание фигур для удобства вычисления площади на клетчатой бумаге	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
14	Критерий расположения трех точек на прямой, конструирование в геометрических задачах	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
15	Загадка Шахерезады	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
16	Решение задач на тему «разрежь и составь». Метод анализа «с конца» при решении задач на разрезание. Равносоставленные фигуры. Введение вспомогательной сетки при решении задач на разрезание.	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
17	Нестандартные задачи на движение, использование вспомогательного чертежа при решении задач на движение	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
18	Оценка и пример в задачах о случайном выборе предметов	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
19	Дополнение подмножества, использование метода косвенного подсчета (дополнения) при решении комбинаторных задач	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
20	Круги Эйлера. Метод дополнения	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
21	Конструкции в задачах с дробями, числовые ребусы с дробями, использование свойств и признаков делимости при конструировании	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
22	Сведение задачи к неравенству, задачи на оценку и пример	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1

23	Определение остатка числа при делении с помощью признака делимости, арифметика остатков	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
24	Шахматная раскраска досок, ее использование для оценок и доказательств. Обобщение шахматной раскраски на другие объекты	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
25	Предварительный анализ в задачах на разрезание, метод «малых случаев», метод «подсчета двумя способами»	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
26	Шахматная раскраска	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
27	Дерево вариантов, комбинаторные правила суммы и произведения	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
28	Различные развертки куба, три вида объемной фигуры и восстановление фигуры по ее видам	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
29	Метод взаимно-однозначного соответствия (разбиение на пары и группы)	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
30	Симметричная стратегия в играх, доказательство стратегии	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
31	Граф как модель представления информации, графы шахматных фигур, двудольный граф	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
32	Игры. Симметричная стратегия	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
33	Представление «любимых» задач по всем темам	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
34	Проект «Построение фигур. Паркетты»	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1

6 класс

№	Тема	Количество часов	Электронные цифровые образовательные ресурсы
1	Использование метода «от противного» при решении задач	1	https://peterson.institute

			/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
2	Использование представления в виде суммы разрядных слагаемых с переменными ($a + 10b + 100c + \dots$) при решении задач. Сведение задачи к простейшим уравнениям в цифрах с дальнейшим перебором вариантов, использованием свойств делимости. Применение десятичной записи при решении буквенных ребусов	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
3	Десятичная запись	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
4	Отрицания высказываний с логическими связками, использование отрицаний при решении логических задач (про рыцарей и лжецов), метода перебора	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
5	Решение задач на конструирование путем рассмотрения более простых задач и дальнейшего обобщения на исходную задачу. Бесконечные процессы. Метод «добавь по одному». Идея разбиения процесса на последовательность этапов, на каждом из которых изменяются свойства только одного элемента	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
6	Решение задач на конструирование путем рассмотрения более простых задач и дальнейшего обобщения на исходную задачу. Бесконечные процессы. Метод «добавь по одному». Идея разбиения процесса на последовательность этапов, на каждом из которых изменяются свойства только одного элемента	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
7	Развитие представления о стратегиях в математических играх на примере игр на опережение. Игры, в которых один игрок может гарантировать себе «ничью»	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
8	Задачи с множествами, требующие оценки наибольшего или наименьшего значения некоторой величины. Введение переменной в задачах про множества	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
9	Круги Эйлера. Оценки	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
10	Другие признаки делимости, связанные с десятичной записью числа (на 7, 11, 13 и др.), их доказательство	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
11	Использование шахматной раскраски досок для оценок и доказательств. Использование чередования в доказательствах и подсчетах в задачах на досках	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
12	Формальное введение принципа Дирихле. Связь с доказательством «от противного». Задачи на оценку и пример, использующие в качестве оценки рассуждения по принципу Дирихле	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1

13	Использование пропорций при решении нестандартных текстовых задач. Свойство суммы и среднего арифметического пропорционально изменяемых чисел	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
14	Пропорциональность	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
15	Транзитивность неравенств. Использование промежуточного числа (посредника) для доказательства числовых неравенств. Использование нескольких посредников	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
16	Использование чертежей при решении задач на движение по кругу. Изображение скоростей движения в условных единицах (дугах). Движение стрелок часов, исследование количества их пересечений. Понятие градусной меры дуги на примере углов между часовой, минутной, секундной стрелками	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
17	Решение задач на оценку и пример, связанные с признаками делимости: нахождение минимального числа с указанными свойствами делимости, числа с наименьшей суммой цифр	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
18	Использование метода двойного подсчета в арифметических задачах. Использование подсчета двумя способами в доказательствах «от противного». Задачи с арифметическими таблицами, геометрические задачи, использование введения переменной для дальнейшего двойного подсчета	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
19	Подсчет двумя способами	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
20	Теорема о простом делителе. Следствие о четности степеней вхождения простых множителей в каноническое разложение точного квадрата	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
21	Составление алгоритмов определения фальшивых монет с помощью взвешиваний. Прямая и косвенная информация. Понятие о количестве информации. Доказательство невозможности построения алгоритма при недостаточном количестве взвешиваний. Задачи на испытания с другими сюжетами	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
22	Перестановки без повторений и с повторениями на примере анаграмм слова. Вывод формулы для числа перестановок из правила произведения. Факториал и его свойства. Перестановки с повторениями. Вывод формулы	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
23	Выигрышные позиции как метод конструирования стратегии	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
24	Выигрышные позиции	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
25	Использование принципа Дирихле в геометрических задачах	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1

			vd/?PAGEN_1=1
26	Остатки от деления целых чисел на натуральные. Общий вид числа с определенным остатком при делении на число. Арифметические свойства остатков. Задачи на остатки с доказательством по принципу Дирихле. Зацикливание остатков степеней	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
27	Конструкции с отрицательными числами	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
28	Интерпретация задач в терминах теории графов. Подсчет количества ребер в графе. Лемма о рукопожатиях. Свойство четности количества вершин нечетной степени. Лемма о хороводах	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
29	Графы. Подсчет ребер	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
30	Изображение многогранников по заданному количеству вершин, ребер и граней (тетраэдр, пирамида, октаэдр, усеченная пирамида). Развертки многогранников. Оклеивание объемных фигур. Пути на поверхности объемных фигур	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
31	Доказательство неравенства треугольника с использованием построений. Оценка суммы длин диагоналей четырехугольника через его периметр. Арифметические задачи, связанные с неравенством треугольника	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
32	Невыпуклые фигуры как средство преодоления мнимых противоречий. Задачи о пересечении фигур. Невыпуклые многоугольники	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
33	Конструкции с невыпуклыми фигурами	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
34	Представление «любимых» задач по всем темам	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1

7 класс

№	Тема	Количество часов	Электронные цифровые образовательные ресурсы
1	Обобщение числовой задачи на задачу с переменным количеством элементов. Формулы числовых закономерностей. Введение формул закономерностей при подсчете количества объектов в арифметических, геометрических, логических и комбинаторных задачах	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
2	Доказательства «от противного»	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
3	Решение логических задачи на оценку и пример. Доказательства, использующие раскраску объектов и разбиение на	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/

	группы (геометрический принцип Дирихле). Отрицание логического следования		piadnaya-matematika-vd/
4	Логика. Оценка и пример	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
5	Вывод формулы площади произвольного треугольника с вершинами в узлах сетки. Вывод формулы площади произвольного треугольника с помощью метода дополнения. Вычисление площадей фигур с помощью разрезов на элементарные части (прямоугольники и треугольники)	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
6	Алгоритм Евклида, свойства НОД и НОК. Их использование при решении задач	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
7	Принцип крайнего (узких мест) как инструмент конструирования примеров, доказательства утверждений (в том числе в комбинации с другими методами, такими как метод «от противного»). Элементы геометрического принцип крайнего	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
8	Формула включений-исключений для трех множеств	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
9	Мощность множеств	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
10	Перебор по остаткам. Остатки квадратов при делении на 3, 4, 5, 7, 8, 9. Сравнения по модулю. Свойства сравнений. Вопрос о делении сравнений. Сравнения как удобный метод записи перебора по остаткам	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
11	Суммы с переменными пределами. Идея метода телескопического суммирования при вычислении сумм	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
12	Телескопическое суммирование	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
13	Определение рационального числа. Доказательство рациональности периодических дробей. Конструкции с рациональными числами	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
14	Использование различных раскрасок в два и более цвета при решении задач на клетчатых досках и других задач. Раскраска полосами, диагональная раскраска в несколько цветов, «крупная» шахматная раскраска	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
15	Использование дополнительных построений при доказательстве геометрических неравенств. Задача о нахождении кратчайшего пути между двумя точками, находящимися по одну сторону от заданной прямой, касающегося этой прямой. Более сложные задачи о кратчайших путях, использующие симметрию и неравенство треугольника	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
16	Рассмотрение наибольшего или наименьшего числа в ряду. Упорядочивание ряда чисел	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/

			piadnaya-matematika-vd/
17	Связность графа, компоненты связности. Циклы в графах. Дерево, его определения и свойства. Зависимость минимального количества ребер от числа компонент связности	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
18	«Жадный» алгоритм как метод построения примера, доказательства минимальности или максимальности. «Жадный» алгоритм как метод при постепенном конструировании. Отклонение от «жадности»	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
19	«Жадные» алгоритмы	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
20	Размещения с повторениями и их использование при решении задач. Размещения без повторений. Вывод формулы и ее запись в виде отношения факториалов. Число сочетаний и его связь с числом размещений. Вывод формулы. Комбинаторное и алгебраическое доказательства равенств для числа сочетаний	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
21	Раскраски плоскости с определенными свойствами. Задачи о нахождении одноцветных и разноцветных точек на определенном расстоянии. Раскраски паркетов. Раскраска объемных фигур	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
22	Развитие представлений о стратегиях в математических играх. Стратегия предварительного разбиения ходов на пары, связь с темой «Соответствия». Разбиение на пары во время игры. Стратегии создания «заповедников»	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
23	Теорема о линейном представлении НОД, ее использование для нахождения частного решения линейных диофантовых уравнений. Решение сравнений через сведение к линейным диофантовым уравнениям	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
24	Линейные диофантовы уравнения	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
25	Использование формул сокращенного умножения (разность квадратов, кубов) при вычислении сумм. Использование методов разложения многочленов на множители	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
26	Решение нестандартных задач на построение, нахождение ГМТ. Использование симметрии в задачах на построение. Построение кратчайших путей. Биссектрисы, серединные перпендикуляры как ГМТ	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
27	Переход в систему координат, связанную с одним из объектов, движущимся по прямой или по окружности. Движение мимо протяженных объектов. Движение по реке. Задачи о двигающемся эскалаторе	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
28	Доказательство неравенств. Неотрицательность квадрата числа. Выделение полных квадратов. Неравенство о средних арифметическом и геометрическом для двух чисел. Неравенство о сумме квадратов трех чисел и их попарных произведениях	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
29	Неравенство Коши	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/

			vd/
30	Линейная функция. Свободный член и угловой коэффициент, их геометрический смысл. График линейной функции. Точки с целочисленными координатами на прямой	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
31	Двудольные графы. Критерий двудольности	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
32	Линейная функция. Использование свойств линейной функции при решении нестандартных задач (например, исследование соотношения между шкалами Цельсия и Фаренгейта)	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
33	Интеллектуальный марафон	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
34	Представление «любимых» задач по всем темам		https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/

8 класс

№	Тема	Количество часов	Электронные цифровые образовательные ресурсы
1	Задачи на повторение, алгоритм решения задачи	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
2	Логические задачи, требующие построения отрицаний сложных высказываний, придумывания различающих вопросов	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
3	Задачи, в которых возникает последовательность Фибоначчи	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
4	Задачи на движение, требующие введения нескольких переменных; использование неравенства Коши для двух чисел	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
5	Задачи о свойствах линейной функции и ее графике	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
6	Линейная функция. Повторение	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
7	Задачи на нахождение инварианта в процессе; задачи на инварианты, связанные с теорией чисел (делимость, остатки)	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
8	Задачи на дополнительные построения в геометрических задачах (симметрия, «спрямление»)	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/

			piadnaya-matematika-vd/
9	Формальное введение метода математической индукции. База, шаг индукции. Задачи на доказательство алгебраических равенств (формул закономерностей)	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
10	Логические задачи, использующие идею принципа крайнего; логические задачи на оценку и пример	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
11	Принцип крайнего в логических задачах	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
12	Задачи на изучение иррациональных чисел, свойств арифметического квадратного корня	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
13	Игры с более сложными стратегиями. Передача хода. Неконструктивное доказательство существования стратегии	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
14	Использование теоретико-числовых знаний (степеней вхождения простых чисел (пример: доказательство иррациональности числа 2), метода бесконечного спуска, остатков от деления) при решении нелинейных уравнений в целых числах	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
15	Задачи с использованием раскрасок и дополнительных разбиений досок на части для доказательства оценок	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
16	Нелинейные уравнения в целых числах	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
17	Задачи на исследование алгебраических свойств квадратного трехчлена	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
18	Задачи на неравенство ломаной (обобщение неравенства треугольника), теорема о монотонности периметра	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
19	Задачи на составление алгоритмов, работающих вне зависимости от промежуточных результатов работы алгоритма (на примере задач на взвешивание, угадывание, на клетчатых досках)	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
20	Задачи на исследование геометрических свойств квадратного трехчлена	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
21	Свойства многочленов с целыми коэффициентами, решение нелинейных уравнений в целых числах с применением алгебраических методов (разложения на множители, ФСУ, выделения полного квадрата)	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
22	Свойства многочленов с целыми коэффициентами, решение	1	https://peterson.institute

	нелинейных уравнений в целых числах с применением алгебраических методов (разложения на множители, ФСУ, выделения полного квадрата)		/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
23	Примеры применения метода математической индукции в неалгебраических задачах	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
24	Задачи об эйлеровых и гамильтоновых путях в графах	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
25	Теоретико-числовые задачи на окружности, первообразный корень, порядок (показатель) числа по модулю	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
26	Вычеты	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
27	Задачи, приводящие к формуле Пика	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
28	Задачи на неравенства о средних, транснаравенство	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
29	Задачи о свойствах биномиальных коэффициентов, на взаимно-однозначные соответствия в комбинаторике	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
30	Комбинированные комбинаторные задачи, задачи о «шарах и перегородках»	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
31	Формула включений-исключений для двух, трех, четырех множеств, ее обобщение на несколько множеств. Числовые и комбинаторно-геометрические задачи, использующие формулу включений-исключений	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
32	Задачи на неравенства Коши — Буняковского — Шварца, лемму Титу	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
33	Определение выпуклого множества. Эквивалентность различных определений выпуклых многоугольников. Выпуклая оболочка системы точек и ее использование в задачах	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
34	Представление «любимых» задач по всем темам		https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/