



Автономная некоммерческая общеобразовательная организация
Интеллект Академия
(АНОО «Интеллект Академия»)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Курса внеурочной деятельности «Олимпиадная математика»
для обучающихся 9-11 классов

г. Новокузнецк, 2025

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Примерная рабочая программа курса внеурочной деятельности «Олимпиадная математика» для 9–11 классов общеобразовательных организаций разработана на основе ФГОС основного общего образования, Концепции духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России, Рабочей концепции одаренности, дидактической системы «Учусь учиться» (Л. Г. Петерсон). Программа 9 класса разработана в НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики» (Институт СДП) — Федеральной инновационной площадке Министерства просвещения РФ по теме «Механизмы сохранения лидирующих позиций Российской Федерации в области качества математического образования (ИМС «Учусь учиться»)» (2021–2023 гг.). Реализует «Концепцию выращивания способностей и одаренности» Института СДП применительно к выращиванию математических способностей и одаренности. Программа направлена на выращивание математических способностей и одаренности детей, их общеинтеллектуальное и личностное развитие, повышение качества подготовки к математическим олимпиадам и качества математического образования в целом. Программа 10–11 классов продолжает линию по выращиванию способностей и одаренностей института СДП.

Математические олимпиады в настоящее время принято считать элитным направлением: в них вовлечено ограниченное число школьников, чаще всего из математических классов или профильных образовательных организаций. При этом мощный ресурс олимпиадной математики как эффективного инструмента интеллектуального и личностного развития детей в массовой школе используется недостаточно. Олимпиадные задачи — это, как правило, нестандартные задачи, поэтому для их решения недостаточно просто применить приобретенные на уроках знания и умения. Решение любой олимпиадной задачи — это всегда пусть маленькое, но открытие, демонстрирующее красоту математической мысли и позволяющее пережить радость творчества и удовольствие от интеллектуальной деятельности. Решение олимпиадных задач развивает у каждого ребенка глубину и гибкость мышления, воображение, самостоятельность и трудолюбие, творческие способности, повышает интерес к математике и уровень математической подготовки. Поэтому вовлечение в олимпиадную математику важно для всех учеников: математически одаренные дети в творческой среде смогут полнее реализовать свой потенциал и вырастить свой математический талант, сохраняя физическое и психическое здоровье, а все остальные — развить свои математические способности и успешнее учиться, что пригодится в любом деле. Между тем можно выделить целый ряд проблем, создающих препятствия для привлечения в олимпиадную среду учащихся массовой школы: недостаточная мотивация школьников к участию в олимпиадном движении, «оторванность» олимпиадной математики от основного школьного курса, недостаточная системность олимпиадной подготовки, отсутствие преемственности между разными уровнями образования.

Целью курса «Олимпиадная математика» является системная подготовка учащихся 9–11 классов к математическим олимпиадам, ориентированная на вовлечение школьников в математическую деятельность, развитие мотивации, мышления, творческих способностей и за счет этого — достижение более высокого уровня их олимпиадной и общей математической подготовки. Методологической основой реализации поставленной цели являются следующие принципы: 1) Принцип развития, который состоит в том, что олимпиадная подготовка должна быть нацелена прежде всего на создание условий для всестороннего развития мышления и личностных качеств каждого ученика, а не ограничиваться тренингом в освоении ими методов олимпиадной математики. Суть этого принципа можно кратко выразить тезисом: «развитие средствами олимпиадной математики каждого ученика». 2) Принцип «выращивания» состоит в совмещении, с одной стороны, внутренней активности ученика, его целенаправленных попыток раскрыть и реализовать свой потенциал, а с другой стороны, внешней организации этой активности со стороны учителя в рамках той же цели. 3) Принцип успешности состоит в акцентировке на успешность, то есть в создании такой среды, где к ошибке относятся как к ступеньке роста, а не поводу для огорчения и порицания, где ценится и поддерживается успех каждого ученика относительно себя, независимо от начального уровня его подготовки и математических способностей. Основными особенностями курса «Олимпиадная математика» являются: 1) мотивация и вовлечение учащихся в самостоятельную математическую деятельность на основе системно-деятельностного подхода; 2) выращивание общеучебных интеллектуальных умений, необходимых для решения олимпиадных задач: умения эффективно преодолевать трудности, владения общими подходами к решению нестандартных задач, умения работать в команде и др.; 3) создание творче-

ской, эмоционально окрашенной образовательной среды, где каждый ученик имеет возможность добиться успеха;

Системность и непрерывность, организация самостоятельной математической деятельности учащихся, их эмоциональная поддержка и индивидуальный темп продвижения, развитие мотивации, познавательных процессов и творческого потенциала, единое пространство реализации системно-деятельностного подхода на уроках и во внеурочной деятельности открывают для каждого ребенка возможность не только осваивать содержание олимпиадной подготовки на уровне своего максимума, но и развивать свои общие интеллектуальные способности к решению нестандартных задач, что жизненно важно для всех детей.

Место учебного предмета в учебном плане

Данная программа внеурочной деятельности предназначена для учащихся 9-11 классов, проявляющих интерес и склонность к изучению математики.

Программа рассчитана на 100 часов: 9 класс – 33 часа, 10 класс – 34 часа, 11 класс – 33 часа. Занятия проводятся 1 раз в неделю.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

Телескопическое суммирование. Суммы с переменными пределами. Использование формул сокращенного умножения (разность квадратов, кубов), разложения многочленов на множители при вычислении сумм. Последовательности. Числа Фибоначчи как пример рекуррентного соотношения. Свойства чисел Фибоначчи, связанные с суммированием. Примеры задач, при решении которых возникает последовательность Фибоначчи. Применение арифметической, геометрической прогрессий и их свойств при решении задач. Понятие о рекуррентных соотношениях.

2. Числа и их свойства

Определение рационального числа. Доказательство рациональности периодических дробей. Конструкции с рациональными числами. Определение иррационального числа. Доказательство иррациональности чисел на примере числа 2. Сопряженные иррациональные числа. Умножение выражения на сопряженное. Рациональность и иррациональность суммы, разности, произведения и частного иррациональных чисел. Иррациональность бесконечных непериодических десятичных дробей.

Приложения иррациональных чисел. Иррациональность в алгебраических задачах. Связь между диагональю и стороной квадрата. Невозможность построения правильного треугольника с вершинами в узлах сетки. Применение идей о рациональности и иррациональности в геометрических задачах.

3. Закономерности

Обобщение числовой задачи на задачу с переменным количеством элементов. Формулы числовых закономерностей. Введение формул закономерностей при подсчете количества объектов в арифметических, геометрических, логических и комбинаторных задачах. Метод математической индукции. Формальное введение метода. База, шаг индукции. Доказательство алгебраических равенств (формул закономерностей) с помощью метода математической индукции. Задачи с шагом, отличным от 1. Более сложные схемы математической индукции. Индукция со ссылкой на несколько предыдущих элементов. Возвратная схема математической индукции, примеры неправильного применения метода математической индукции. Использование метода математической индукции при решении геометрических, комбинаторных, комбинаторно-геометрических, теоретико-числовых задач.

4. Время и движение

Относительное движение. Переход в систему координат, связанную с одним из объектов, движущимся по прямой или по окружности. Движение мимо протяженных объектов. Движение по реке. Задачи о движущемся эскалаторе. Задачи на движение с несколькими переменными. Применение неравенства Коши о среднем арифметическом и среднем геометрическом для двух чисел, неравенства Штурма в задачах на движение. Сведение текстовых задач (на движение, совместную работу и т. д.) к линейным и нелинейным системам с несколькими переменными.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

Задачи на построение. Решение нестандартных задач на построение, нахождение ГМТ. Использование симметрии в задачах на построение. Построение кратчайших путей. Биссектрисы, серединные перпендикуляры как ГМТ. Решение задач, использующих дополнительные построения: удвоение медианы, откладывание равного отрезка на продолжении стороны («спрямление»), построение середи-

ны отрезка, проведение высот, вспомогательной окружности. Движения плоскости и их использование при решении геометрических задач. Центральная, осевая и скользящая симметрия. Поворот. Параллельный перенос. Гомотетия, поворотная гомотетия.

2. Площади

Формула площади треугольника. Вывод формулы площади произвольного треугольника с вершинами в узлах сетки. Вывод формулы площади произвольного треугольника с помощью метода дополнения. Вычисление площадей фигур с помощью разрезов на элементарные части (прямоугольники и треугольники). Метод трансформации площадей, основанный на формуле площади треугольника. Формула Пика для вычисления площадей многоугольников с вершинами в узлах сетки. Ее доказательство методом математической индукции и применение в задачах.

3. Геометрические неравенства

Неравенство треугольника и дополнительные построения. Использование дополнительных построений при доказательстве геометрических неравенств. Задача о нахождении кратчайшего пути между двумя точками, находящимися по одну сторону от заданной прямой, касающегося этой прямой. Более сложные задачи о кратчайших путях, использующие симметрию и неравенство треугольника. Неравенство ломаной как обобщение неравенства треугольника. Теорема о монотонности периметра: если внутри одного треугольника находится другой, то периметр внутреннего треугольника меньше периметра внешнего. Случаи в геометрических задачах. Доказательство правильности дополнительного построения.

4. Аналитические методы в геометрии

Теорема Пифагора. Доказательства теоремы, основанные на свойствах площадей фигур. Применение теоремы Пифагора при решении задач на разрезание. Декартовы координаты на плоскости. Метод координат для решения геометрических задач. Векторы, их свойства. Использование векторов в геометрических доказательствах. Теоремы синусов и косинусов. Их применение в геометрических доказательствах.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

Алгебраические преобразования. Понятие об одночлене, многочлене. Разложение многочленов на множители. Формулы сокращенного умножения и их применение при решении задач.

Многочлены с целыми коэффициентами, их свойства. Свойства коэффициентов многочлена. Теорема Виета для квадратного трехчлена. Квадратный трехчлен, его свойства. Доказательство теоремы Безу для многочленов, ее использование при решении задач. Понятие асимптотики на примере зависимости поведения многочлена от знака его старшего коэффициента. Теорема Виета.

2. Функциональные зависимости

Линейная функция. Свободный член и угловой коэффициент, их геометрический смысл. График линейной функции. Точки с целочисленными координатами на прямой. Использование свойств линейной функции при решении нестандартных задач. Квадратичная функция. Геометрический смысл коэффициентов. График квадратичной функции. Использование свойств непрерывности графиков функций для решения задач. Распознавание функций по их свойствам и значениям. Интерполяционные многочлены.

3. Неравенства и оценки

Доказательство неравенств. Неотрицательность квадрата числа. Выделение полных квадратов. Неравенство о средних арифметическом и геометрическом для двух чисел. Неравенство о сумме квадратов трех чисел и их попарных произведениях. Сведение неравенств к уже известным. Неравенства о средних для двух чисел. Транснеравенство, неравенство Чебышева. Симметрические и циклические неравенства. Неравенство Коши — Буняковского — Шварца. Способы его доказательства. Лемма Титу. Общий случай неравенства о средних. Метод Штурма доказательства неравенств. Доказательство классических неравенств с помощью метода Штурма.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

Алгоритм Евклида. Свойства НОД и НОК. Теорема о линейном представлении НОД, ее использование для нахождения частного решения линейных диофантовых уравнений. Нелинейные уравнения в целых, неотрицательных, натуральных числах. Использование степеней вхождения простых чисел. Метод бесконечного спуска. Использование сравнений по модулю. Применение разложения на мно-

жители, выделения полного квадрата, других ФСУ. Мультипликативные функции. Функция Эйлера, простейшие примеры вычисления функции. Связь с МТФ. Теорема Эйлера.

2. Остатки

Перебор по остаткам. Остатки квадратов при делении на 3, 4, 5, 7, 8, 9. Сравнения по модулю. Свойства сравнений. Вопрос о делении сравнений. Сравнения как удобный метод записи перебора по остаткам. Решение сравнений через сведение к линейным диофантовым уравнениям. Решение линейных диофантовых уравнений. Малая теорема Ферма. Доказательство через остатки произведений при делении на p . Доказательство по индукции. Теорема Вильсона. Применение МТФ и теоремы Вильсона в задачах теории чисел. Теория чисел на окружности. Первообразный корень. Порядок (показатель) числа по модулю, его свойства. Классы вычетов. Доказательство МТФ через показатели. Доказательство МТФ через системы вычетов.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

Приемы решения логических задач на оценку и пример. Доказательства, использующие раскраску объектов и разбиение на группы. Отрицание логического следования. Использование принципа крайнего при решении логических задач. Логические формулы, их использование для построения отрицаний. Законы де Моргана. Таблицы истинности. Графы в логических задачах. Примеры комбинированных логических задач, связанных с другими областями математики.

2. Принципы решения задач

Принцип узких мест как инструмент конструирования примеров, доказательства утверждений (в том числе в комбинации с другими методами, такими как метод «от противного»). Рассмотрение наибольшего или наименьшего числа в ряду, упорядочивание. Геометрический принцип крайнего. Процессы. Инвариант как метод доказательства утверждений, выяснения результата процесса. Инварианты, связанные с теорией чисел (делимость, остатки). Инварианты в геометрических задачах. Раскраска как инвариант. Полуинвариант, сравнение с инвариантом. Нахождение полуинварианта как метод доказательства конечности процесса. Сумма и произведение чисел как полуинвариант. Полуинварианты в комбинаторной геометрии, теории графов, геометрических задачах.

3. Алгоритмы и конструкции

Понятие о «жадном» алгоритме. «Жадный» алгоритм как метод построения примера, доказательства минимальности или максимальности. Использование «жадного» алгоритма при постепенном конструировании. Отклонение от «жадности». Составление алгоритмов, работающих вне зависимости от промежуточных результатов работы алгоритма. Связь с системами счисления. Примеры таких алгоритмов в задачах на взвешивания, угадывание, в задачах на клетчатых досках. Обобщение методов доказательства невозможности построения алгоритма при определенных условиях. Оценка сложности алгоритмов.

4. Игры и стратегии

Стратегия предварительного разбиения ходов на пары в математических играх для двух игроков, связь с темой «Соответствия». Разбиение на пары во время игры. Стратегии создания «заповедников». Неконструктивное доказательство существования стратегии. Игры на графах. Использование двоичной системы счисления в теории игр. Игра Ним.

VI. КОМБИНАТОРИКА

1. Комбинаторика

Размещения с повторениями и их использование при решении задач. Размещения без повторений. Вывод формулы и ее запись в виде отношения факториалов. Число сочетаний и его связь с числом размещений. Вывод формулы. Комбинаторное и алгебраическое доказательства равенств для числа сочетаний. Свойства чисел сочетаний. Вывод формулы шаров и перегородок. Взаимно однозначные соответствия в комбинаторике. Идея кодирования задач. Комбинаторные задачи с множествами. Бином Ньютона, треугольник Паскаля, связь между ними. Их применение при решении задач.

2. Теория множеств

Формула включений-исключений для трех множеств. Обобщение формулы включений-исключений на несколько множеств. Комбинаторное доказательство. Применение формулы включений-исключений при решении задач комбинаторной геометрии. Индукционное доказательство формулы включений-исключений. Использование изоморфизма множеств для упрощения подсчета числа вариантов.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

Разбиение на группы объектов двух типов, расположенных по кругу. Разбиение досок на части для доказательства оценок. Подсчет общего количества разбиений. Определение правильных вершинной и реберной раскрасок. Двудольный граф как пример графа, раскрашиваемого в два цвета. Хроматическое число графа. Планарные (плоские) графы, их связь с картами. Проблема четырех красок. Формула Эйлера для связного плоского графа.

2. Теория графов

Связность графа, компоненты связности. Циклы в графах. Дерево, его определения и свойства. Зависимость минимального количества ребер в графе от числа компонент связности. Двудольные графы. Критерий двудольности. Выделение остовного дерева. Подвешивание графа. Дополнительный граф. Использование графов в теории чисел, комбинаторной геометрии. Ориентированные графы, их свойства и область применения. Критерий существования эйлера пути, эйлера цикла в графе. Разбиение произвольного графа в объединение простых путей и непересекающихся циклов. Гамильтонов путь, гамильтонов цикл в графе. Существование гамильтонова пути в полном ориентированном графе. Примеры графов без гамильтоновых циклов.

3. Комбинаторная геометрия

Раскраски плоскости с определенными свойствами. Задачи о нахождении одноцветных и разноцветных точек на определенном расстоянии. Раскраски паркетов. Раскраска объемных фигур. Определение выпуклого множества. Различные определения выпуклых многоугольников, их эквивалентность. Понятие о триангуляции. Лемма о диагонали. Триангуляция произвольного многоугольника. Доказательство формул суммы градусных мер внутренних и внешних углов многоугольника. Связь триангуляций с деревьями. Лемма о наличии в триангуляции двух треугольников с двумя сторонами, совпадающими со сторонами многоугольника. Опорная прямая многоугольника. Выпуклая оболочка системы точек. Построение выпуклой оболочки. Использование при решении задач и доказательстве утверждений.

Планируемые результаты освоения курса внеурочной деятельности «Олимпиадная математика»

К концу обучения на курсе внеурочной деятельности «Олимпиадная математика» обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

- применять свойства арифметической, геометрической прогрессии при решении задач;
- решать задачи с произвольными рекуррентными соотношениями.

2. Числа и их свойства

- применять свойства рациональности и иррациональности в алгебраических, геометрических задачах;
- доказывать невозможность построения правильных многоугольников с вершинами в узлах сетки.

3. Закономерности

- строить доказательства методом математической индукции с более сложными схемами;
- приводить примеры неверного применения метода математической индукции;
- применять метод математической индукции для решения геометрических, комбинаторных, комбинаторногеометрических, теоретико-числовых задач.

4. Время и движение

- сводить текстовые задачи (на движение, совместную работу и т. д.) к линейным и нелинейным системам с несколькими переменными.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

- доказывать свойства движений и применять их при решении задач (центральная, осевая, скользящая симметрия, поворот, параллельный перенос);
 - доказывать свойства гомотетии, поворотной гомотетии и применять их при решении задач.
- ##### 2. Площади
- доказывать методом математической индукции формулу Пика для вычисления площадей многоугольников с вершинами в узлах сетки;
 - применять формулу Пика при решении задач.

3. Геометрические неравенства

- рассматривать различные случаи в геометрических задачах (в том числе при дополнительном построении).

4. Аналитические методы в геометрии

- применять теоремы синусов и косинусов в доказательствах.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

- доказывать и применять теорему Безу для многочленов;
- использовать понятие асимптотики при решении задач;
- применять теорему Виета для многочленов n степени.

2. Функциональные зависимости

- решать задачи распознавания функций по их свойствам и значениям;
- выводить интерполяционный многочлен в форме Лагранжа;
- использовать интерполяцию при решении задач.

3. Неравенства и оценки

- доказывать и применять неравенство о средних для n чисел;
- применять метод Штурма для доказательства неравенств.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

- вычислять функцию Эйлера для некоторых чисел;
- доказывать теорему Эйлера и применять ее при решении задач.

2. Остатки

- использовать понятие первообразного корня при решении задач;
- применять порядок (показатель) числа по модулю и его свойства при решении задач;
- доказывать малую теорему Ферма с помощью показателей;
- использовать классы вычетов при доказательстве утверждений.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

- решать логические задачи, связанные с теорией графов и другими областями математики.

2. Принципы решения задач

- фиксировать и доказывать наличие полуинварианта в процессе;
- применять инвариант для доказательства конечности процесса;
- применять инвариант при решении задач комбинаторной геометрии, теории графов, геометрических задач.

3. Алгоритмы и конструкции

- доказывать невозможность построения алгоритма при определенных условиях;
- оценивать сложность алгоритмов.

4. Игры и стратегии

- конструировать стратегии для игр на графах;
- использовать двоичную систему счисления в задачах теории игр.

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

- применять бином Ньютона, треугольник Паскаля при решении задач.

2. Теория множеств

- доказывать формулу включений-исключений с помощью метода математической индукции;
- применять взаимно однозначное соответствие множеств для упрощения подсчета количества вариантов.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

- вычислять хроматическое число некоторых графов;
- доказывать планарность графов;
- доказывать и применять теорему Эйлера для связного плоского графа.

2. Теория графов

- доказывать и применять критерии существования эйлера пути и эйлера цикла в графе;

- решать задачи о поиске гамильтонова пути и цикла в графе; • использовать ориентированный граф как модель;
- доказывать существование гамильтонова пути в полном ориентированном графе;
- приводить примеры графов без гамильтоновых циклов.

3. Комбинаторная геометрия

- использовать опорную прямую многоугольника при решении задач;
- доказывать существование выпуклой оболочки множеств;
- использовать выпуклую оболочку для решения задач и доказательства утверждений. Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:
- анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;
- анализировать вопрос (требование) задачи; • находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;
- строить модели на основе уже известных (график на координатной плоскости, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, уравнение, неравенство);
- выбирать общий подход к решению задачи;
- при необходимости корректировать ход решения задачи в процессе ее решения;
- конструировать собственный способ решения задачи; • применять общие принципы решения задач (анализ «узких мест», принцип крайнего, масштабирование задачи, индуктивные рассуждения);
- формулировать и доказывать необходимые вспомогательные свойства (леммы);
- проверять решение задачи на соответствие условиям и требованиям, непротиворечивость математическому и жизненному опыту;
- излагать решение задачи в письменной и устной форме.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

9 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов	Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
1	Логика	8	http://school-collection.edu.ru
2.	Алгебра и функции	10	http://school-collection.edu.ru
3.	Геометрические задачи	10	http://school-collection.edu.ru
4.	Комбинаторика	6	http://school-collection.edu.ru

10 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов	Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
1.	Теория чисел	6	http://school-collection.edu.ru
2.	Алгебра и функции	12	http://school-collection.edu.ru
3.	Геометрические задачи	6	http://school-collection.edu.ru

4.	Комбинаторика	10	http://school-collection.edu.ru
----	---------------	----	---

11 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов	Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
1.	Алгебра и функции	17	http://school-collection.edu.ru
2.	Геометрические задачи	9	http://school-collection.edu.ru
3.	Комбинаторика	7	http://school-collection.edu.ru

ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

9 КЛАСС

№	Тема	Количество часов	Электронные цифровые образовательные ресурсы
1	Задачи на повторение. Свойства многочленов с целыми коэффициентами, решение нелинейных уравнений в целых числах с применением алгебраических методов (разложения на множители, ФСУ, выделения полного квадрата)	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
2	Многочлены и их свойства	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
3	Текстовые задачи, сводящиеся к решению систем линейных и нелинейных уравнений	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
4	Решение текстовых задач, сводящиеся к решению систем линейных	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
5	Решение текстовых задач, сводящиеся к решению систем нелинейных уравнений	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
6	Треугольник Паскаля	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
7	Задачи, связанные с треугольником Паскаля	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1

8	Логические задачи, связанные с другими областями математики (графы, теория чисел)	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
9	Графы и логика	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
10	Полуинвариант	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
11	Задачи о процессах, в которых есть полуинвариант (величина, значение которой монотонно изменяется в ходе процесса)	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
12	Решение задач на полуинвариант	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
13	Индукция в неалгебраических задачах	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
14	Задачи на ММИ с более сложными схемами. Примеры неправильного использования ММИ	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
15	Применение ММИ в неалгебраических задачах	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
16	Движения плоскости	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
17	Задачи на использование движений плоскости	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
18	Теорема Шаля	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
19	Распознавание функций	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
20	Задачи на восстановление функций по значениям	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
21	Применение интерполяционного многочлена Лагранжа	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1

			aya-matematika- vd/?PAGEN_1=1
22	Геометрический метод доказательства неравенств	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika- vd/?PAGEN_1=1
23	Доказательство алгебраических неравенств с помощью перехода к соответствующим геометрическим задачам	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika- vd/?PAGEN_1=1
24	Эйлеровы пути и циклы	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika- vd/?PAGEN_1=1
25	Задачи на использование критериев существования эйлерова пути, эйлерова цикла в графе, разбиение графа в объединение простых путей и циклов	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika- vd/?PAGEN_1=1
26	Игры и двоичная система	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika- vd/?PAGEN_1=1
27	Стратегии, получаемые с помощью двоичной системы счисления	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika- vd/?PAGEN_1=1
28	Игра Ним	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika- vd/?PAGEN_1=1
29	Преобразование плоскости на себя	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika- vd/?PAGEN_1=1
30	Решение задач на движение	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika- vd/?PAGEN_1=1
31	Гомотетия	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika- vd/?PAGEN_1=1
32	Применение гомотетии при решении задач	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika- vd/?PAGEN_1=1
33	Применение гомотетии при решении задач	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika- vd/?PAGEN_1=1

10 класс

№	Тема	Количество часов	Электронные цифровые образовательные ресурсы
1	Функция и теорема Эйлера	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
2	Задачи на применение функции Эйлера и ее свойств (значения для простых чисел, мультипликативность), теоремы Эйлера	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
3	Числовые последовательности	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
4	Прогрессии. Рекуррентные соотношения	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
5	Задачи на последовательности, прогрессии, рекуррентные соотношения	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
6	Формула Пика. Доказательство формулы Пика.	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
7	Индукция в комбинаторно-геометрических задачах	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
8	Задачи на применение формулы Пика	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
9	Приложения иррациональных чисел	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
10	Алгебраические задачи с иррациональностями	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
11	Геометрические задачи с иррациональностями	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1

			vd/?PAGEN_1=1
12	Гамильтоновы пути и циклы	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
13	Задачи на использования критериев существования гамильтонова пути и цикла в графе.	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
14	Примеры графов без гамильтоновых циклов. Гамильтоновы пути в ориентированных графах	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
15	Вычеты и показатели	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
16	Задачи с использованием порядка (показателя) числа по модулю, его свойства	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
17	Классы вычетов	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
18	Доказательство Малой теоремы Ферма через показатели, системы вычетов	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
19	Решение задач по теме: «Показатели и вычеты»	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
20	Неравенство о средних для нескольких чисел	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
21	Доказательство неравенства о средних для нескольких чисел с использованием ММИ	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
22	Использованием ММИ при доказательстве неравенств	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
23	Решение задач на использование неравенства о средних	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
24	Хроматическое число графа	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
25	Задачи с использованием понятия хроматического числа	1	https://peterson.institute

	графа		/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
26	Решение задач на хроматическое число графов	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
27	Теорема Безу	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
28	Задачи на использование теоремы Безу, теоремы Виета для уравнений высших степеней	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
29	Понятие асимптотики на примере зависимости поведения многочлена от знака его старшего коэффициента	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
30	Симметрические многочлены	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
31	Неравенства	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
32	Метод Штурма	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
33	Использование метода Штурма для доказательства неравенств	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1
34	Представление «любимых» задач по всем темам	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/?PAGEN_1=1

11 класс

№	Тема	Количество часов	Электронные цифровые образовательные ресурсы
1	Изоморфизм множеств и задач	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
2	Использование понятие изоморфизма множеств для упрощения подсчета числа вариантов	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/

3	Бином Ньютона	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
4	Задачи с использованием бинома Ньютона	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
5	Планарные графы и формула Эйлера	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
6	Задачи с планарными графами	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
7	Применение формулы Эйлера для связного планарного графа	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
8	Теоремы синусов и теорема косинусов	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
9	Применение теоремы синусов и теоремы косинусов при решении геометрических задач	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
10	Применение теоремы синусов и теоремы косинусов при решении геометрических задач	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
11	Теоремы Менелая и Чевы	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
12	Применение теоремы Менелая / Чевы при решении задач	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
13	Свойства медиан, биссектрис, высот треугольника	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
14	Свойства касательных, хорд, секущих. Писанные и описанные четырехугольники	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
15	Выпуклая оболочка	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
16	Задачи на использование опорной прямой многоугольника, выпуклой оболочки системы точек	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/

			piadnaya-matematika- vd/
17	Бесконечные числовые последовательности	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
18	Предел последовательности	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
19	Теорема о «зажатой» последовательности	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
20	Свойство полноты множества действительных чисел. Теорема Вейерштрасса	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
21	Понятие о пределе функции. Непрерывность функции	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
22	Производная функции	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
23	Экстремум функции, монотонность функции. Наибольшее и наименьшее значение функции	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
24	Целочисленная оптимизация	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
25	Интеграл	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
26	Использование исследования функций при решении задач с параметрами	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
27	Тригонометрические уравнения. Методы решения	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
28	Использование формул дополнительного угла	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
29	Тригонометрические уравнения с модулями и радикалами	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/

30	Логарифмические уравнения и неравенства	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
31	Минимаксные задачи на логарифмы	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
32	Минимаксные задачи с параметрами	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/
33	Представление «любимых» задач по всем темам	1	https://peterson.institute/catalogs/materials/olimpiadnaya-matematika-vd/